

DOI: 10.7652/xjtuxb201811011

泡沫波纹复合夹心梁等效弹性常数的 推导及其振动特性研究

吴建均, 王永静, 谢敬尧, 李晓露, 倪娜, 张陵
(西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 基于材料力学中材料的连续性、小变形等基本假设,在符合变形协调方程的条件下,设结构由面板承受弯扭,泡沫芯体承受剪切,推导出了泡沫波纹复合夹心梁芯体的等效弹性常数,并且建立了有限元二维等效模型和三维实体模型;通过对泡沫波纹复合夹心梁的模态进行实验研究和数值计算,对比分析了实验数据和计算结果,从而验证了所推导的等效弹性常数的正确性。此外,进一步研究了泡沫波纹复合夹心梁的几何参数对其固有振动特性的影响,结果表明:随着面板厚度增加,结构的固有频率升高;随着波纹肋板厚度、泡沫芯体密度或胞元数的增加,结构的固有频率降低。

关键词: 泡沫波纹复合夹心梁;等效弹性常数;模态实验;有限元分析;振动特性

中图分类号: TB301 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2018)11-0073-08

Derivation of Equivalent Elastic Constant and Vibration Analysis of Foam-Corrugated Composite Sandwich Beam

WU Jianjun, WANG Yongjing, XIE Jingyao, LI Xiaolu, NI Na, ZHANG Ling
(State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Under the basic assumptions of material continuity and small elastic deformation and obeying deformation coordination, sandwich panel being subjected to bending and torsion, and foam core subjected to shearing, the equivalent elastic constants of the foam-corrugated composite sandwich structure are derived and the corresponding two-dimensional finite element equivalent model and three-dimensional solid model are established. A comparison between the modal experiment of foam-corrugated composite sandwich beam and finite element calculation indicates the correctness of the deduced equivalent elastic constants. The influence of several key geometrical parameters of the foam-corrugated composite sandwich structure on the natural vibration performance is further discussed. It is found that with the increasing panel thickness, the natural frequency heightens; with the increasing thickness of corrugated ribs, foam core density or number of cell, the natural frequency lowers.

Keywords: foam-corrugated composite sandwich beam; equivalent elastic constant; modal experiment; finite element analysis; vibration characteristic

近年来,轻质多孔材料以其优良的结构性能和
多功能特性,成为众多学者和工程技术人员关注的

热点。波纹结构作为一种典型的点阵多孔材料,具
有结构形式简单、易于加工和维护、质量小、强度和

刚度、抗冲击力强、能有效散热等优点,已在航空航天、高速列车、建筑及包装等领域得到了广泛应用,并具有进一步发展的潜质^[1]。但是,波纹结构亦存在如下问题:因其严重的各向异性力学性能,结构易发生屈曲失稳破坏,承载能力对初始缺陷比较敏感,且能量吸收能力明显弱于泡沫和蜂窝材料。为进一步提高波纹结构的力学性能,许多学者提出将泡沫材料填充到波纹芯体中制备复合夹心结构,可使其力学性能得到较大的提高。鉴于泡沫波纹复合夹心板的优异特性,不少学者对泡沫波纹复合夹心板的力学性能进行了研究^[2-3]。

早在1951年,Libove等人就对波纹夹心板的等效弹性常数进行了推导^[4];他们通过对材料常数的等效,将具有复杂结构的实际模型简化成各向异性的等效材料属性^[5],这在很大程度上简化了计算,且具有较高的精度。Hohe和Becker对二维周期点阵材料夹心板的等效理论研究进行了较为全面的综述,指出等效刚度参数主要取决于芯体与面板的相互作用,因此要将面板和芯体综合考虑以获得夹心板的整体宏观等效刚度^[6]。Cheng等基于有限元分析,得到了波纹夹心板的所有等效刚度^[7]。Xia等提出了一种适用于任意波纹形状的均质化等效模型,并对2种常见的波纹(梯形波纹和正弦形波纹)结构进行了数值仿真,验证了其等效模型^[8]。然而,目前关于复合多孔结构的等效研究还相对较少。

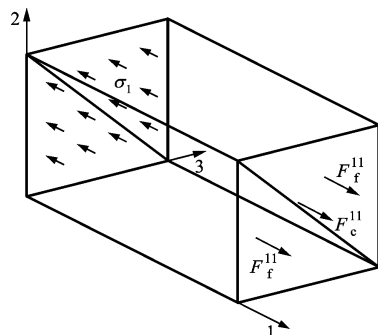
本文基于材料力学中材料的小变形理论,考虑材料的连续性,设结构由面板承受弯扭,泡沫芯体材料承受剪切,在符合变形协调方程的条件下,推导出了泡沫波纹复合夹心梁芯体的等效弹性常数;进行了泡沫波纹复合夹心梁的模态实验研究,并对实验梁的有限元二维等效模型和三维实体模型进行了数值计算;通过实验数据和计算结果的比较分析,验证了所推导的芯体等效弹性常数的正确性。此外,本文还对泡沫波纹复合夹心梁的面板厚度、波纹肋板厚度、泡沫芯体密度及胞元数对结构振动特性的影响进行了研究。

1 泡沫波纹复合夹心梁芯体等效弹性常数的推导

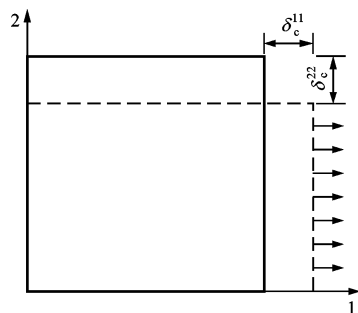
本文推导泡沫波纹复合夹心梁芯体的等效弹性常数主要基于材料力学中的以下基本假设和模型简化^[9-11]:①材料是连续的;②材料只发生小变形;③材料是各向同性的;④面板与芯体粘接无缺陷;⑤采用中厚度面板理论;⑥不考虑面板的屈曲。

1.1 等效弹性模量的推导

图1a为单元体在11方向的单向受力图,图1b为单元体在11方向单向受力时的波纹肋板变形图。



(a)单元体在11方向的受力



(b)波纹肋板在11方向受力时的变形

图1 单元体在11方向的单向受力和波纹肋板变形

由图1可知,垂直于1方向的面受到1个波纹肋板力 F_c^{11} 和2个泡沫填充芯体力 F_f^{11} ,使该面上存在应力 σ_1 。因此,11方向上力的平衡方程为

$$F_c^{11} + 2F_f^{11} = \sigma_1 l_c^2 \sin\theta \cos\theta \quad (1)$$

式中: σ_1 为单元体11方向的单向拉应力; F_c^{11} 为波纹肋板沿11方向的受力; F_f^{11} 为泡沫芯体沿11方向的受力。

11方向的变形协调条件为沿此方向的波纹肋板拉伸变形和泡沫芯体拉伸变形相同,即

$$\delta_c^{11} = \delta_i^{11} \quad (2)$$

式中: δ_c^{11} 为波纹肋板沿11方向的变形

$$\delta_c^{11} = \frac{F_c^{11}}{E_c l_c t_c} L \quad (3)$$

其中 E_c 为波纹肋板的弹性模量, l_c 为波纹肋板的宽度, L 为梁的长度, t_c 为波纹肋板的厚度; δ_i^{11} 为泡沫芯体沿11方向的变形

$$\delta_i^{11} = \frac{2F_f^{11}}{(1-\lambda)E_f l_c^2 \sin 2\theta} L \quad (4)$$

其中 E_f 为泡沫芯体的弹性模量, θ 为波纹肋板的倾斜角度, λ 为波纹肋板的体积分数

$$\lambda = \frac{2t_c}{l_c \sin 2\theta} \quad (5)$$

将式(2)~式(4)代入平衡方程(1),可得泡沫芯体材料在 11 方向的受力

$$F_f^{11} = \frac{\sigma_1}{4} \frac{(1-\lambda)E_f l_c^2 \sin 2\theta}{\lambda E_c + (1-\lambda)E_f} \quad (6)$$

波纹肋板在 11 方向的受力

$$F_c^{11} = \frac{\sigma_1}{2} \frac{\lambda E_c l_c^2 \sin 2\theta}{\lambda E_c + (1-\lambda)E_f} \quad (7)$$

波纹肋板沿 11 方向的变形

$$\delta_c^{11} = \frac{L}{E_c l_c t_c} \frac{\sigma_1}{2} \frac{\lambda E_c l_c^2 \sin 2\theta}{\lambda E_c + (1-\lambda)E_f} \quad (8)$$

由此可得 11 方向的等效应变

$$\epsilon^{11} = \frac{\delta_c^{11}}{L} = \frac{\sigma_1}{\lambda E_c + (1-\lambda)E_f} \quad (9)$$

11 方向的等效弹性模量

$$E_c^{11} = \frac{\sigma_1}{\epsilon^{11}} = \lambda E_c + (1-\lambda)E_f \quad (10)$$

同理,可得 22、33 方向的等效弹性模量 E_c^{22} 、 E_c^{33}

$$\left. \begin{aligned} E_c^{22} &= \frac{\lambda E_c t_c^2 \sin \theta \cos \theta}{(t_c^2 \cos^2 \theta - l_c^2 \sin^2 \theta)} + (1-\lambda)E_f \\ E_c^{33} &= \frac{\lambda E_c t_c^2 \sin^2 \theta}{(l_c^2 \sin^2 \theta - t_c^2 \cos^2 \theta)} + (1-\lambda)E_f \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

1.2 等效剪切模量的推导

假设填充泡沫边缘部分剪应力均匀分布,不考虑平板屈曲,且由面板承受弯曲变形,填充泡沫承受剪切变形,变形过程满足变形协调关系。由力的平衡方程可得

$$F_c^{12} + F_f^{12} = \tau^{12} l_c L \sin \theta \quad (12)$$

式中: F_c^{12} 为波纹肋板在 12 方向的受力; F_f^{12} 为泡沫芯体在 12 方向的受力; τ^{12} 为 12 方向的剪应力。

由沿 12 方向的泡沫芯体和波纹肋板变形一致性,可得变形协调方程为

$$\delta_c^{12} = \delta_f^{12} \quad (13)$$

式中: δ_c^{12} 为波纹肋板在 12 方向的变形

$$\delta_c^{12} = \frac{F_c^{12}}{G_c L t_c} l_c \quad (14)$$

其中 G_c 为波纹肋板的剪切模量; δ_f^{12} 为泡沫芯体在 12 方向的变形

$$\delta_f^{12} = \frac{F_f^{12} \cos \theta}{(1-\lambda)G_f L \sin \theta} \quad (15)$$

其中 G_f 为泡沫芯体的剪切模量。

将式(13)~式(15)代入式(12),可得泡沫芯体在 12 方向的受力

$$F_f^{12} = \tau^{12} \frac{(1-\lambda)G_f l_c \tan \theta \cdot l_c \sin \theta}{G_c t_c + (1-\lambda)G_f l_c \tan \theta} L \quad (16)$$

波纹肋板在 12 方向的受力

$$F_c^{12} = \tau^{12} \frac{G_c t_c l_c \sin \theta}{G_c t_c + (1-\lambda)G_f l_c \tan \theta} L \quad (17)$$

在 12 方向的剪切应变

$$\epsilon^{12} = \frac{\delta_f^{12}}{l_c \cos \theta} = \tau^{12} \frac{l_c \tan \theta}{G_c t_c + (1-\lambda)G_f l_c \tan \theta} \quad (18)$$

对应的等效剪切弹性模量

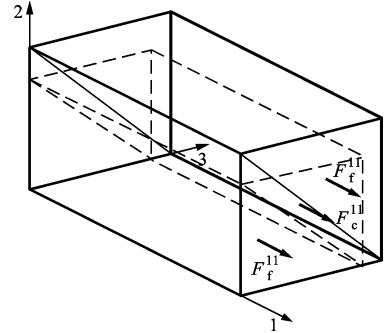
$$G_c^{12} = \frac{G_c t_c + (1-\lambda)G_f l_c \tan \theta}{l_c \tan \theta} = \lambda G_c \cos^2 \theta + (1-\lambda)G_f \quad (19)$$

同理,可得 13、23 方向的等效剪切弹性模量 G_c^{13} 、 G_c^{23}

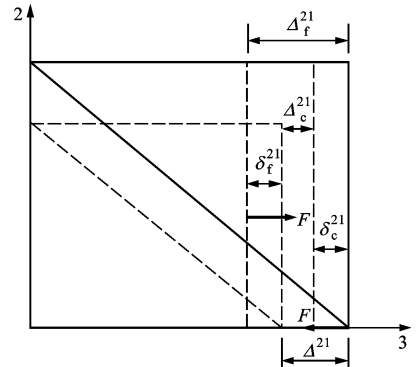
$$\left. \begin{aligned} G_c^{13} &= G_c \sin^2 \theta + (1-\lambda)G_f \\ G_c^{23} &= \lambda G_c + (1-\lambda)G_f \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

1.3 等效泊松比的推导

单元体在 1 方向受拉力时,会引起 2、3 方向的压缩变形,如图 2a 所示,因此在 2、3 方向波纹肋板和泡沫芯体会受到一个附加力 F (如图 2b 所示),在附加力作用下,波纹肋板会产生 δ_c^{21} 的压缩变形,泡沫芯体会产生 δ_f^{21} 的拉伸变形。同时,由于泊松效应引起的波纹肋板在 2、3 方向的位移变形为 Δ_c^{21} ,泡沫芯体在 2、3 方向的位移变形为 Δ_f^{21} ,波纹肋板和泡沫芯体沿 2、3 方向的实际变形为 Δ^{21} 。因为在 2、3



(a)单元体在 1 方向受拉力时 2、3 方向的压缩变形



(b)波纹肋板和泡沫芯体的变形协调关系

图 2 单元体在 1 方向受拉时引起的 2、3 方向的变形协调关系

方向上波纹肋板和泡沫芯体变形相同,所以可得沿2、3方向的变形协调方程为

$$\delta_c^{21} + \Delta_c^{21} = \Delta_f^{21} - \delta_f^{21} \quad (21)$$

波纹肋板的压缩变形和泡沫芯体的拉伸变形分别为

$$\delta_c^{21} = \frac{F}{E_c l_c L} t_c \quad (22)$$

$$\delta_f^{21} = \frac{F}{(1-\lambda)E_f \tan\theta} \quad (23)$$

泡沫芯体由于泊松效应在2、3方向的位移

$$\Delta_f^{21} = \nu_f \frac{\sigma_1}{2} \frac{l_c \cos\theta}{\lambda E_c + (1-\lambda)E_f} \quad (24)$$

式中 ν_f 为泡沫芯体的泊松比。

波纹肋板由于泊松效应在2、3方向的位移

$$\Delta_c^{21} = \nu_c \sigma_1 \frac{\lambda l_c \cos\theta}{\lambda E_c + (1-\lambda)E_f} \quad (25)$$

式中 ν_c 为波纹肋板的泊松比。

将式(22)~式(25)代入式(21),可得附加力

$$F = \left[\left(\frac{\nu_f}{2} - \lambda \nu_c \right) \frac{\sigma_1 l_c \cos\theta}{\lambda E_c + (1-\lambda)E_f} \right] \frac{E_c l_c L E_f \tan\theta}{t_c E_f \tan\theta + E_c l_c} \quad (26)$$

则波纹肋板的压缩变形

$$\delta_c^{21} = \left[\left(\frac{\nu_f}{2} - \lambda \nu_c \right) \frac{\sigma_1 l_c \sin\theta}{\lambda E_c + (1-\lambda)E_f} \right] \frac{t_c E_f \tan\theta}{t_c E_f \tan\theta + E_c l_c} \quad (27)$$

2、3方向的总变形位移

$$\Delta^{21} = \delta_c^{21} + \Delta_c^{21} = \left(\frac{\nu_f}{2} - \lambda \nu_c \right) \frac{\sigma_1 l_c^2 \sin\theta}{\lambda E_c + (1-\lambda)E_f} \cdot \frac{t_c E_f \tan\theta}{t_c E_f \tan\theta + E_c l_c} + \nu_c \sigma_1 \frac{\lambda l_c \cos\theta}{\lambda E_c + (1-\lambda)E_f} \quad (28)$$

等效应变

$$\epsilon^{21} = -\frac{\Delta^{21}}{l_c \cos\theta} = \left[\left(\frac{\nu_f}{2} - \lambda \nu_c \right) \frac{\sigma_1 l_c \sin\theta}{\lambda E_c + (1-\lambda)E_f} \cdot \frac{t_c E_f \tan\theta}{t_c E_f \tan\theta + E_c l_c} + \nu_c \sigma_1 \frac{\lambda l_c \cos\theta}{\lambda E_c + (1-\lambda)E_f} \right] \frac{1}{l_c \cos\theta} \quad (29)$$

等效泊松比

$$\nu^{12} = -\frac{\epsilon^{21}}{\epsilon^{11}} = (1-\lambda) \left(\frac{\nu_f}{2} - \lambda \nu_c \right) \frac{E_f}{E_f + \lambda E_c \cos^2\theta} + \lambda \nu_c \quad (30)$$

同理,可求得 ν^{13} 、 ν^{23}

$$\nu^{13} = \lambda \nu_c + \left(\frac{\nu_f}{2} - \lambda \nu_c \right) \frac{\lambda^2 (1-\lambda) E_f \sin^2\theta \cos^2\theta}{\lambda E_c + (1-\lambda)E_f} \quad (31)$$

$$\nu^{23} = \frac{\nu_f}{2} \frac{(1-\lambda)E_f}{\lambda E_c + (1-\lambda)E_f} \frac{\tan^2\theta}{l_c \sin\theta} +$$

$$\left[1 - \frac{(1-\lambda)E_f}{\lambda E_c + (1-\lambda)E_f} \right] \frac{\nu_c \cos\theta}{l_c^2 \sin^2\theta + t_c^2 \cos^2\theta} \left(\frac{t_c}{l_c} \right)^2 \quad (32)$$

等效芯体密度等于泡沫芯体和波纹肋板的总质量除以泡沫芯体和波纹肋板的总体积,表达式为

$$\rho = \lambda \rho_c + (1-\lambda) \rho_f \quad (33)$$

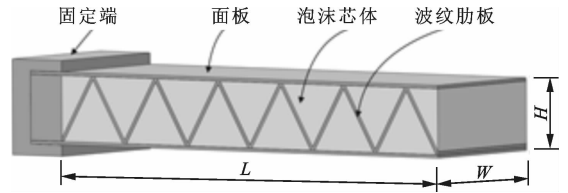
式中: ρ_c 为波纹肋板密度; ρ_f 为泡沫芯体密度。

2 芯体等效弹性常数验证

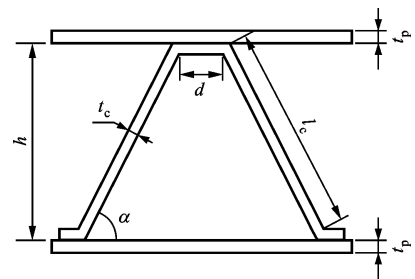
本节将通过模态实验获得泡沫波纹复合夹心梁的固有频率和振型,并针对实验梁采用有限元方法建立二维等效模型和三维实体模型,通过对比实验结果和有限元计算结果来验证有限元计算的可靠性,从而验证所推导的芯体等效弹性常数的正确性。

2.1 模态实验

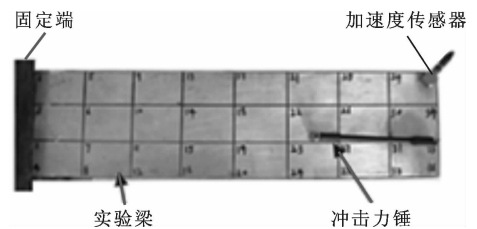
实验设计了2种梁:一种是图3a所示的梁Ⅰ,其波纹方向沿着L方向;另一种是梁Ⅱ,其波纹方向沿着W方向。L、W方向如图3a所示。这2种梁只是波纹方向不同,其他结构参数(见图3b)均相同。梁结构的设计尺寸见表1。实验材料参数:面板和波纹肋板采用5052铝合金;泡沫填充芯体采用



(a) 夹心梁示意图



(b) 夹心梁的结构参数



(c) 夹心梁实物俯视图

图3 实验用复合夹心梁模型

Zihacell52 材料,材料密度为 52 kg/m^3 ,弹性模量为 44 MPa ;面板、波纹肋板、填充芯体均为各向同性材料。实验梁的俯视图如图 3c 所示。本模态实验通过多点力锤敲击单点拾激法获得泡沫波纹复合夹心梁的固有频率和振型,采用动态信号集成系统进行数据采集,并用 TST 模态分析软件进行后处理。

表 1 梁的结构尺寸

L/mm	W/mm	H/mm	l_c/mm	h/mm
356.8	20.3	89.2	24.4	18.3
t_c/mm	$\alpha/(^{\circ})$	d/mm	t_p/mm	
1	45	5	1	

复合夹心梁的制备过程如图 4 所示:①用模具冲压铝板,得到中间波纹肋板;②用平整的铝板切割出完整的上下 2 个面板;③用乐泰环氧胶将波纹肋板与上下面板粘接在一起;④将 PMI 泡沫切割成与波纹芯体空隙相同的梯形块;⑤将表面涂抹了环氧胶的泡沫梯形块填充到波纹芯体中,制备出泡沫波纹复合夹心梁。梁 I 横向包括 8 个胞元,梁 II 纵向包括 2 个胞元。

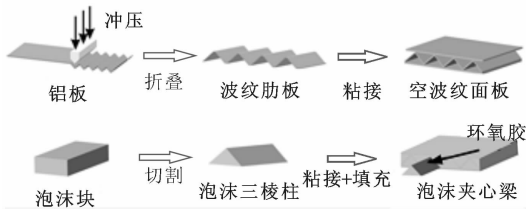


图 4 复合夹心梁的制备过程

实验过程:采用左端固支、多点激励单点拾激方法^[12-13],将梁 I 和梁 II 按横向胞元划分为 8 段共 9 个敲击点,纵向划分为 3 段共 4 个敲击点,共计 36 个敲击点;实验梁左端固定,加速度传感器安装在梁自由端右上角 33 点处,用力锤依次敲击每个测点(如图 3c 所示),能较好地激发出实验梁的振型。

2.2 建立有限元模型

为了验证所推导的等效弹性常数的正确性,利用软件 ANSYS 对实验梁模型进行有限元二维等效模型和三维实体模型建模计算,通过模态实验验证有限元三维实体模型的可靠性,再通过三维实体模型验证二维等效模型的可靠性,从而验证所推导的芯体等效弹性常数的正确性。

复合夹心梁的有限元建模过程如下。

(1)梁的三维实体模型建模:分别建立波纹肋板和上下面板,材料采用 5052 铝合金,再建立泡沫填充芯体,材料采用 Zihacell52,将面板、波纹肋板和

泡沫芯体绑定约束在一起,如图 5a 所示。
(2)梁的二维等效模型建模:分别建立上下面板和中间等效芯体,面板材料采用 5052 铝合金,将三维实体建模中的波纹肋板和泡沫芯体等效为中间层的等效芯体,等效芯体为正交各向异性材料,材料的 9 个等效弹性常数和等效芯体密度由理论推导的公式计算。

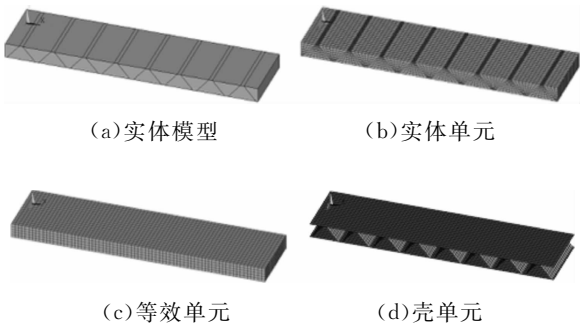


图 5 梁 I 的有限元模型

对梁 I 沿横向(L 方向)建立 8 个胞元,对梁 II 沿纵向(W 方向)建立 2 个胞元;梁 I 三维实体模型的泡沫芯体和二维等效模型的等效芯体均采用六面体单元(solid 185),如图 5b、5c 所示;二维等效模型和三维实体模型的上下面板以及实体模型的波纹肋板均采用四边形壳单元(shell 181),如图 5d 所示;面板、波纹肋板和泡沫芯体之间均建立绑定约束(Bond(always)),网格尺寸为 0.05 m ,网格质量较高,以保证计算结果良好。

2.3 结果分析

表 2 给出了梁 I 和梁 II 的模态实验结果和有限元计算结果。实验结果表明,梁 II 的一阶固有频率为 142 Hz ,比梁 I 的一阶固有频率 134 Hz 高,这主要是因为梁 II 的固定端约束比梁 I 的强。由于实验采用力锤沿垂直方向敲击,梁在另外 2 个方向的模态振动频率较高,因此,本实验主要是针对垂直(厚度)方向的振动测试,不考虑另外 2 个方向的模态。由表 2 可以看出,沿垂直方向模态实验的测量结果与有限元计算结果吻合良好。图 6 给出了经 TST 模态分析软件后处理的振型结果,可见梁的一阶振型为垂直方向的弯曲,三阶振型在梁长度的 $2/3$ 处出现第二次弯曲,四阶振型为梁绕固定端左右扭转。

本节通过模态实验数据与有限元三维实体模态计算结果的对比,验证了有限元三维实体模型计算结果的正确性;通过有限元三维实体模态和二维等效模态计算结果的对比,初步验证了理论推导的芯体等效弹性常数的正确性。

表 2 复合夹心梁的计算结果与实验结果比较

固有频率	梁 I					梁 II				
	实验	三维模型	误差/%	二维模型	误差/%	实验	三维模型	误差/%	二维模型	误差/%
f_1/Hz	134	137	2.2	139	3.7	142	144	1.4	148	4.2
f_3/Hz	724	702	3.0	762	5.2	745	791	6.2	808	8.4
f_4/Hz	843	785	6.9	847	0.5	864	854	1.2	891	3.1

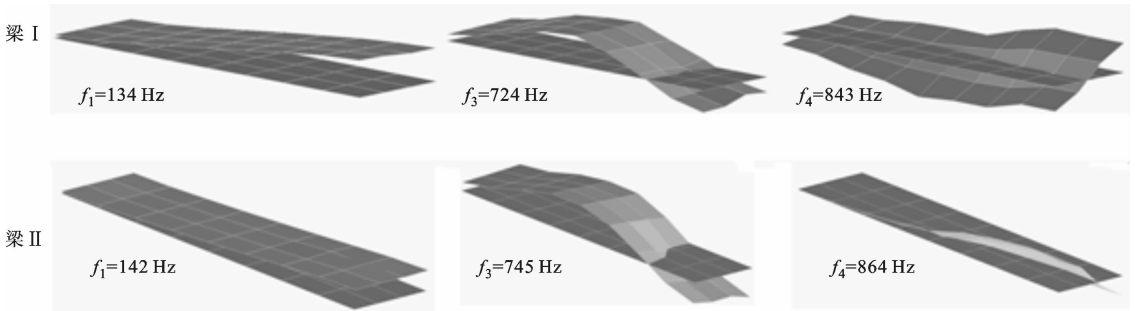


图 6 2 种复合夹心梁的模态实验振型

3 结构几何参数对芯体等效弹性常数的影响

为进一步验证所推导的芯体等效弹性常数的正确性,并研究不同结构参数对二维等效模型和三维实体模型计算结果的影响,选择泡沫波纹夹心梁的 3 个结构几何参数——面板厚度、波纹肋板厚度、泡沫芯体密度,分析其对二维等效模型和三维实体模型固有频率的影响,并研究胞元数对仿真结果可靠性的影响^[14]。

在分析上述 4 个结构参数的影响时,取面板厚度 $t_p=1\text{ mm}$ 、波纹肋板厚度 $t_c=1\text{ mm}$ 、泡沫芯体密度 $\rho_f=52\text{ kg/m}^3$ 、弹性模量 $E=44\text{ MPa}$ 、胞元数 $n=8$ 为基准参照,梁长 L 取 0.358 m 、宽 W 取 0.089 m 。每次改变 1 个结构参数,保持其他 3 个参数不变,分别计算 4 个结构参数对固有频率的影响,并对二维等效模型和三维实体模型的计算结果进行对比,进一步验证二维等效模型的可靠性。为保证计算结果的收敛性,分别在 0.005 m 和 0.002 m 的网格尺寸下对二维等效模型和三维实体模型进行了计算,计算结果无差异,验证了结果的良好收敛性。

图 7 所示为不同面板厚度对结构一阶固有频率的影响。由图 7 可知:对于波纹沿 L 方向的梁 I 而言,面板厚度对二维和三维模型固有频率计算结果的影响略有差异,但均在误差控制范围之内;对于波纹沿 W 方向的梁 II 来说,面板厚度对 2 种模型固有频率计算结果的影响基本无差异,这说明梁 II 的实际模型和等效模型吻合良好,从而进一步验证了推

导的等效弹性常数的合理性。由图 7 还可知,结构固有频率随面板厚度的增加而升高,这是因为面板主要是承受弯曲,随着面板厚度的增加,结构刚度增大,所以结构的固有频率变高。

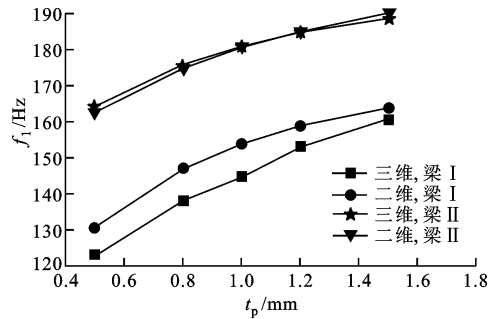


图 7 面板厚度对结构一阶固有频率的影响

图 8 所示为波纹肋板厚度对结构一阶固有频率的影响,从中可以看出:在波纹肋板厚度最薄时,梁 I 的二维等效模型和三维实体模型的最大误差为 13%,但随着波纹肋板厚度增加,误差逐渐减小,直至与梁 II 的计算结果基本吻合;结构的一阶固有频率随波纹肋板厚度增加而降低,这是由于波纹肋板

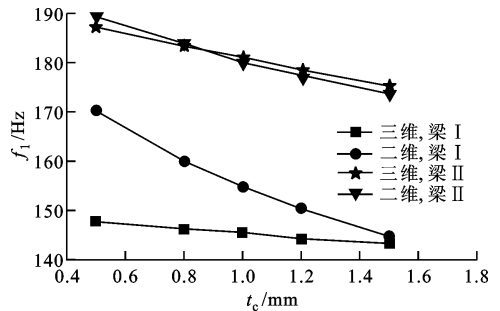


图 8 波纹肋板厚度对结构一阶固有频率的影响

主要是抗剪切,增加厚度对增加结构质量的影响大于对提高结构刚度的影响,所以结构的固有频率呈现下降趋势。

图 9 为泡沫芯体密度对结构一阶固有频率的影响,从中可以看出:梁 I 和梁 II 的实体和等效模型的计算结果最大误差不超过 6.6%;结构一阶固有频率随泡沫芯体密度增加而降低,这是由于泡沫填充材料占较大体积,密度的增大对结构质量增加的影响远大于对结构刚度提高的影响,因此结构的固有频率呈现降低的趋势。

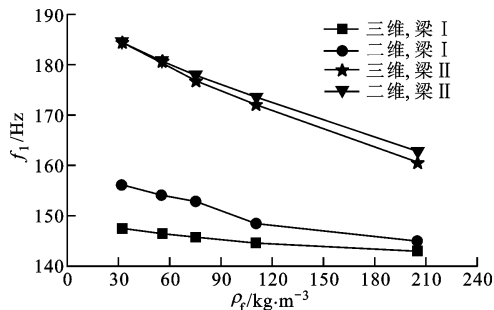


图 9 泡沫芯体密度对结构一阶固有频率的影响

由图 7~图 9 可知,梁 I 的计算误差大于梁 II 的,这是由于在约束梁 I 三维实体模型的左端面时,仅约束了上下面板和 1 个波纹肋板的厚度,主要约束施加在泡沫填充芯体上,而泡沫填充芯体密度小,刚度低,所以梁 I 的约束强度相对较弱,而在约束梁 II 三维实体模型的左端面时,同时约束了上下面板以及所有波纹肋板的侧面,因此梁 II 三维实体模型的约束强度比梁 I 三维实体模型的更高,计算结果比梁 I 的更好。由于梁 I 二维等效模型左端约束了上下面板和中间等效芯体,而二维等效模型芯体的密度比三维实体模型泡沫芯体的密度大,因此梁 I 二维等效模型的约束刚度比三维实体模型的大,二维等效模型计算的固有频率更高;由于梁 II 三维实体模型约束了所有波纹肋板,三维实体模型和二维等效模型的约束强度差异小,因此梁 II 的实体模型与等效模型的计算结果基本无误差。同时,由于梁 I 的三维实体模型约束了波纹肋板、泡沫芯体和上下面板,因此在增加面板厚度、波纹肋板厚度以及泡沫芯体密度时,梁 I 约束端的刚度均会增加,使计算结果误差减小。

图 10 所示为胞元数对结构一阶固有频率的影响,可以看出:实体模型和等效模型计算结果的最大误差为 10%;随着胞元数增加,结构的一阶固有频率降低,等效模型和实体模型的计算结果趋于相同;在胞元较少时,由于剪应力分布不均匀,导致考虑剪

应力均匀分布的公式推导的误差偏大;随着胞元增多,结构更趋于均匀状态,所以 2 种模型的计算结果逐渐接近。

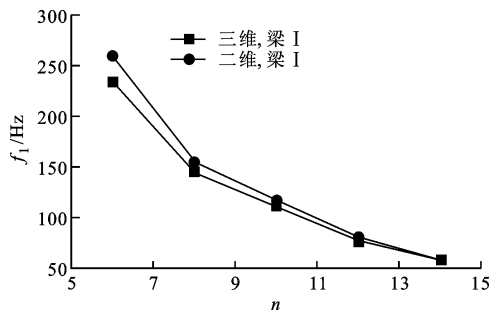


图 10 胞元数对结构一阶固有频率的影响

4 结 论

本文基于材料力学中的基本假设,考虑结构由面板承受弯扭,泡沫芯体承受剪切,推导出了泡沫波纹复合夹心结构的芯体等效弹性常数,并通过模态实验结果与有限元计算结果的对比分析,验证了该等效弹性常数的正确性。因此,该等效弹性常数可适用于相应构型的泡沫波纹复合夹心结构的有限元静、动力学分析。此外,进一步分析了该泡沫波纹复合夹心结构的几何参数对其振动特性的影响,结果表明:随着面板厚度增加,结构的一阶固有频率升高;随着波纹肋板厚度、泡沫芯体密度或胞元数增加,结构的一阶固有频率降低。由此,再次验证了所推导的泡沫波纹复合夹心结构芯体等效弹性常数的正确性。

参考文献:

- [1] 卢天健,何德坪,陈常青,等. 超轻多孔金属材料的多功能特性及应用 [J]. 力学进展, 2006(4): 517-535.
LU Tianjian, HE Deping, CHEN Changqing, et al. Multifunctional properties and applications of ultra-light porous metal materials [J]. Advances in Mechanics, 2006(4): 517-535.
- [2] VAZIRI A, XUE Z, HUTCHINSON J W. Metal sandwich plates with polymer foam-filled cores [J]. Journal of Mechanics of Materials and Structures, 2006, 1(1): 97-127.
- [3] RUSSELL B P, MALCOM A, WADLEY H N G, et al. Dynamic compressive response of composite corrugated cores [J]. Journal of Mechanics of Materials and Structures, 2010, 5(3): 477-493.
- [4] LIBOVE C, HUBKA R E. Elastic constants for cor-

- rugated-core sandwich plates [R]// Technical Report Archive & Image Library. Hampton, VA, USA: NASA, 1951.
- [5] VINSON J R. Sandwich structures [J]. *Applied Mechanics Review*, 2001, 54(3): 201-214.
- [6] HOHE J, BECKER W. Effective stress-strain relations for two-dimensional cellular sandwich cores: homogenization, material models, and properties [J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2002, 55(1): 61-87.
- [7] CHENG Q H, LEE H P, LU C. A numerical analysis approach for evaluating elastic constants of sandwich structures with various cores [J]. *Composite Structures*, 2006, 74(2): 226-236.
- [8] XIA Y, FRISWELL M I, FLORES E I S. Equivalent models of corrugated panels [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2012, 49(13): 1453-1462.
- [9] 王红霞, 王德禹, 李喆. 三角形夹芯板夹心层的等效弹性常数 [J]. *固体力学学报*, 2007, 28(2): 178-182. WANG Hongxia, WANG Deyu, LI Zhe. Equivalent elastic constants of sandwich layer sandwiched by triangular sandwich plates [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2007, 28(2): 178-182.
- [10] 娄佳, 马力, 吴林志. 复合材料四面体点阵夹芯梁的自由振动分析 [J]. *固体力学学报*, 2011, 32(4): 339-345. LOU Jia, MA Li, WU Linzhi. Free vibration analysis of composite tetrahedron lattice sandwich beams [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2011, 32(4): 339-345.
- [11] 金晖. 矩形填充多孔材料夹层结构的力学性能等效模型研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2009: 21-38.
- [12] 李斌潮, 张钱城, 卢天健. 基于实验模态分析的点阵夹层结构动态性能预测 [J]. *固体力学学报*, 2008, 29(4): 373-378. LI Binchao, ZHANG Qiancheng, LU Tianjian. Prediction of dynamic performance of lattice sandwich structure based on experimental modal analysis [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2008, 29(4): 373-378.
- [13] 刘均, 程远胜. 考虑芯层离散特性的方形蜂窝夹层板自由振动分析 [J]. *固体力学学报*, 2009, 30(1): 90-94. LIU Jun, CHENG Yuansheng. Free vibration analysis of square honeycomb sandwich plate considering the discrete properties of the core [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2009, 30(1): 90-94.
- [14] 王青伟, 赵才其. 三角形桁架夹芯层等效弹性常数研究和夹芯板参数优化设计 [J]. *特种结构*, 2010, 27(5): 61-66. WANG Qingwei, ZHAO Caiqi. Study on equivalent elastic constant of sandwich layer of triangle truss and parameter optimization design of sandwich panel [J]. *Special Structure*, 2010, 27(5): 61-66.

(编辑 葛赵青)

(上接第36页)

- [7] 韩东, 吕兴才, 黄震, 等. 喷射时刻对柴油和汽油/柴油混合燃料低温燃烧的影响 [J]. *内燃机学报*, 2011, 29(3): 200-205. HAN Dong, LÜ Xingcai, HUANG Zhen, et al. Effect of injection timing on low temperature combustion fuelled by diesel and a blend of diesel and gasoline [J]. *Transactions of CSICE*, 2011, 29(3): 200-205.
- [8] WU Zhijun, BAO Tangtang, ZHANG Qing, et al. Simulation study on spray combustion mechanism of diesel-gasoline blend fuels [J]. *Fuel*, 2015, 143: 301-307.
- [9] CURREN H J, GAFFURI P, PITZ W J, et al. A comprehensive modeling study of iso-octane oxidation [J]. *Combustion and Flame*, 2002, 129(3): 253-280.
- [10] MITTAL G, BURKE S M, BIKASH V, et al. Autoignition of ethanol in a rapid compression machine [J]. *Combustion and Flame*, 2014, 161(5): 1164-1171.
- [11] GAUTHIER B M, DAVIDSON D F, HANSON P K. Shock tube determination of ignition delay times in full-blend and surrogate fuel mixtures [J]. *Combustion and Flame*, 2004, 139(4): 300-311.
- [12] FIKRI M, HERZLER J, STARKE R, et al. Autoignition of gasoline surrogates mixtures at intermediate temperatures and high pressures [J]. *Combustion and Flame*, 2008, 152(1/2): 276-281.
- [13] CANCINO L R, FIKRI M, OLIVEIRA A et al. Autoignition of gasoline surrogate mixtures at intermediate temperatures and high pressures: experimental and numerical approaches [J]. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2009, 32(1): 501-508.
- [14] MERCHANT S, GOLDSMITH F, VANDEPUTTE A G, et al. Understanding low-temperature first-stage ignition delay: propane [J]. *Combustion and Flame*, 2015, 162(10): 3658-3673.

(编辑 赵炜)